

MATHÉMATIQUE : LE CALCUL LITTÉRAL

Dans le calcul **littéral**, les nombres sont remplacés par des **lettres**. Il convient de définir précisément la grandeur numérique représentée par chaque lettre.

I – LE CALCUL LITTÉRAL PEUT ÊTRE UTILISÉ POUR EXPRIMER DES GÉNÉRALITÉS

A-Exemples en géométrie

Les formules de calcul des périmètres, des aires et des volumes.

Soit un carré de 3 cm de côté. Le **périmètre** est la longueur du pourtour du carré qui a quatre côtés égaux. Périmètre = $3 \text{ cm} \times 4 = 12 \text{ cm}$. Si nous appelons c le longueur du côté et P le périmètre, $P = 4 \times c$.

Soit un rectangle de longueur 5 cm et de largeur 4 cm. Le **périmètre** du rectangle est : $5 \text{ cm} + 4 \text{ cm} + 5 \text{ cm} + 4 \text{ cm} = 18 \text{ cm}$. Si nous appelons L le longueur, l la largeur et P le périmètre, $P = (2 \times L) + (2 \times l)$

Soit un triangle ayant une base de 7 cm et une hauteur de 5 cm. L'**aire** du triangle est $(7 \text{ cm} \times 5 \text{ cm}) : 2 = 17,5 \text{ cm}^2$. Si nous appelons la base b la hauteur h , et A l'aire, $A = (b \times h) : 2$.

Soit un parallélépipède rectangle (une boîte) de 20 cm de longueur, de 12 cm de largeur et 15 cm de hauteur.

Le **volume** de la boîte est : $20 \text{ cm} \times 12 \text{ cm} \times 15 \text{ cm} = 3\,600 \text{ cm}^3$.

Si nous appelons L la longueur, l la largeur, h la hauteur et V le volume, $V = L \times l \times h$.

B-Exemples en algèbre

La somme de deux nombres ne dépend pas de l'ordre des termes. **L'addition est commutative**. Soit les deux nombres a et b , les deux termes d'une somme, nous pouvons écrire : $a + b = b + a$

Pour former la somme de trois nombres a, b, c (pris dans cet ordre), on peut indifféremment ajouter le troisième à la somme des deux premiers ou ajouter au premier la somme du deuxième et du troisième. **L'addition est associative**. Nous pouvons donc écrire : $(a + b) + c = a + (b + c)$.

La multiplication est commutative : le produit de la multiplication ne dépend pas de l'ordre des facteurs. Soit deux nombres a et b , nous pouvons donc écrire : $a \times b = b \times a$ ou $a b = b a$.

Pour multiplier une somme par un nombre, on peut multiplier chaque terme de la somme par le nombre et additionner les produits ainsi obtenus. **La multiplication est distributive par rapport à l'addition** (et à la soustraction). Soit trois nombres a, b, n , nous pouvons écrire : $(a + b) n = a n + b n$.

Pour multiplier une somme par une somme, on peut multiplier chaque terme de la première par chaque terme de la seconde et additionner les produits obtenus. Soit les nombres a, b, c, m et p , nous pouvons écrire : $(a + b + c) (m + p) = am + ap + bm + bp + cm + cp$.

Puissances. Soit a un nombre non nul et n un entier naturel positif. Le produit de n facteurs égaux à a se note a^n (qui se lit : a puissance n) : $a^n = a \times a \times \dots \times a$, n fois.

II – LE CALCUL LITTÉRAL PEUT ÊTRE UTILISÉ POUR RÉSOUDRE DES PROBLÈMES

La résolution d'un problème d'arithmétique est souvent facilitée lorsqu'on représente par des lettres les nombres inconnus intervenant dans le problème.

Un enfant calcule qu'il lui faut encore 7 ans avant d'atteindre l'âge de 20 ans. Trouver son âge actuel.

Désignons par x son âge actuel exprimé en années. Cette lettre x s'appelle **l'inconnue du problème**. Dans 7 ans son âge sera $(x + 7)$ années. En écrivant que ce nombre d'années est égal à 20, nous obtenons l'égalité : $x + 7 = 20$. Cette égalité, qui s'appelle **l'équation du problème**, montre que x est la différence entre 20 et 7. Soit : $x = 20 - 7 = 13$. L'âge de l'enfant est donc : 13 ans.

Un cycliste effectue une promenade de 52 km. Au bout de trois heures, il lui reste 7 km à parcourir. Quelle est la vitesse horaire moyenne du cycliste ?

Désignons par x la vitesse du cycliste en kilomètres (parcourus) par heure. En trois heures il a parcouru un nombre de kilomètres égal à $x \times 3$. Cette distance est égale à 52 km moins les 7 km qui restent à parcourir. Nous pouvons écrire **l'équation** : $3x = 52 - 7$. Nous obtenons : $3x = 45$. Le nombre x est donc le quotient de 45 par 3. $x = 45/3 = 15$. La vitesse moyenne du cycliste est de 15 km/h.